

論理の有用性から証明の認識論へ

金子 洋之

はじめに——問題設定と背景

ダメットは、論文「演繹の正当化」において、論理学の妥当性と有用性をどのように調停するかという問題を提起した。論理的推論の妥当性は、通常、そうした推論における各ステップが前提の真理を結論に至るまで保存するということによって説明される。そしてこの保存性は、推論の各ステップ、あるいは規則の各適用が、前提として与えられたものに何も付け加えないということによって保証されると理解されている。しかし、もしそうであるならば、前提から結論に至るステップの全体は、認識的にどのような有用性をもつのか。もし認識的な有用性を前面に押し出そうとするならば、論理的推論の妥当性がうまく説明できなくなってしまうし¹、他方、論理的推論の妥当性を説明することに力点を置くならば、そうした推論の認識的有用性が説明できないであろう。この状況を、ダメットは「ミルのディレンマ」と呼んでいる。では、ダメットはこのディレンマに対してどのような解決策を提示したのであるか。

若手フォーラムにおいて、私は、ダメットの議論の詳細を無視して、大まかな趣旨としてダメットの解決策に近いと思われるものを提示した。というのも、ダメット自身の解答は私には必ずしも満足のいくものではないと思われたからである。しかしながら、現時点では私自身の提案もまた十分なものではないと考えている。そこで、以下では、ごく簡単に若手フォーラムの時点での私の提案を述べ、それがどうして不十分なのかを指摘し、その上で、再度ダメットの解決策を丁寧に検討してみたい。それでもなお残るダメットの解決策の問題点は何か。それが、本稿で指摘したい中心的な論点になるであろう。

有用性についての暫定的提案

上述のミルのディレンマに対して、ダメットは、カノニカルな証明とカノニカルでない証明の区別をベースにして解答を与えようとした²。以下では、このダメットの路線に沿って、私自身の暫定的な「有用性」理解を提示してみたい。このカノニカル-ノンカノニカルという区別は、論理的推論がある命題の真理を検証するときに、そこで使われる各推論規則には、直接的に意味付与を行うタイプの規則と直接的に意味付与を行わないタイプの規則があるという事実に基づいている。自然演繹の場合ならば、直接的に意味付与を行うタイプの規則は導入則であり、直接的に意味付与をおこなわないタイプの規則は除去則だ、ということになる。もしある命題の証明が、直接的に意味付与を行うタイプの規則のみによって行われているならば、その証明はカノニカルな証明であり、そうでなければそれはカノニカルでない証明である。

このことを、算術的な比喩を使って説明すれば、こうなる。いま当該の命題を「スタジアムの A 区画には 25 人の観客がいる」だとしてよう。この命題の、直接的に意味付与を行う規則を使った検証に相当するのは、端的に数え上げることである。これに対し、例えば、スタジアムの全入場者が 100 人であるという情報と、B 区画と C 区画にはそれぞれ 63 人と 12 人の観客がいることから、引き算で、A 区画には 25 人の観客がいるということを導き出す場合が、カノニカルでない証明に相当する。

では、こうしたカノニカルな証明とカノニカルでない証明の区別は、いかにしてミルのディレンマを解決・解消するのだろうか。それを見るのに、知識の主題的解釈と様態的解釈という区別を用いよう³。知識の主題的解釈では、知識は、その内容がかかわる主題に応じて分類される。それゆえ、ある人の p という知識が、A タイプの知識であるとみなされるために必要なのは、 p が主題 A の知識だということにすぎない。したがって、主題的解釈に従えば、例えば、数学的知識は、単純に数学的真理についての知識(数学的主题に属する真理についての知識)だということになる。これに対し、知識の様態的解釈では、知識の分類はその主題に応じてなされるわけではなく、その知識

のもつ認知的特質とでも言うべきものにかかわる⁴。例えば、先の「スタジアムのA区画には25人の観客がいる」という知識は、直接数えた場合には、「直接数えた」という認知的特質をもつ知識である。しかし同じ「スタジアムのA区画には25人の観客がいる」が、間接的に導出された場合には、「直接数えた」という認知的特質をもたない。

このとき、論理的推論は、様態的解釈で要求されるような認知的特質を保存しないという性質をもつであろう。もう少し正確に言えば、論理的推論がそのような認知的特質を保存するとする保証はない。例えば、上の例のように「直接数えた」という特質や、ブラウワーが言うような「直に体験した」というような認知的特質は、論理的推論によっては保存されないかもしれない。命題Aを直に体験し、Bを直に体験したからといって、A&Bを直に体験するという保証が与えられるわけではない。このことをもって、ブラウワーやポアンカレ、ワイルといった人たちは、論理的推論が数学に特有の認知的特質を保存しないがゆえに、論理学に依拠するような数学は受け入れられないと論ずる⁵。しかしここでは、認知的特質を保存しないという論理的特質を、その欠陥を示すものとしてではなく、論理学のすぐれた特質だと解釈してみたい。すなわち、そのような認知的な制約を除去し、命題の真偽にのみかかわるような内容的成分を操作対象とするところに、論理的な推論の重要な特質がある、と考えるわけである。われわれは中国の人口を直接数えることはできないし、アメリカの国家予算を直に体験することはできない。にもかかわらず、それらについての命題を、そこから認知的特質をはぎ取り、内容的成分にのみ焦点を合わせることによって、論理的な操作の対象とすることができる。

この話を、カノニカルな証明とカノニカルでない証明の区別にあてはめてみよう。カノニカルな証明は、直接的な意味付与を行うという点である種の「直接性」をもつと言ってよい。ノンカノニカルな証明はそうした直接性をもたないが、その代わりに直接性を超えて進むことを可能にしてくれる。したがって、カノニカルな証明とカノニカルでない証明の区別は(あるいは、カノニカルな証明とカノニカルでない証明の両方をもつということは)、一方で、ある種の認知的制約を超えて進むことをわれわれに可能にしてくれると同時に

に、最終的にいかなる回り道を含む証明もカノニカルな証明の連鎖へと還元できることの保証を通して、命題の内容的成分に関して逸脱を含まないことを保証するのである。こうして、ミルのディレンマが解消される(と考えられている)⁶。

上記解釈の問題点

しかしながら、上で述べた解釈は、論理的推論が、認知様態を保存したままでは到達できない地点へとわれわれを連れて行ってくれるという点で、論理的推論の有用性に一定の説明を与えてはいるものの、ダメットの求める解決としては十分ではないように思われる、あるいは彼の意図する解釈とは異なっているように思われる。というのも、ダメットは「有用性」の説明を、論理的推論ないし演繹における導出のステップが一定の認識的な前進(あるいは知識の拡張)をもたらすことの説明に求めているからである。認知様態を必ずしも保存しないという推論の特性は、論理的推論の全体としての有用性を説明するかもしれないが、認識的前進を説明するかどうかはわからない。さらに、ダメットは、論理的推論の有用性を極端に強調するような説明としてウィトゲンシュタインの証明観を取り上げている。

「かれはこう主張するつもりだったのである。われわれがある証明を受け入れるとき、そのときわれわれは定理を述べる言明の意味を変えるのであり、したがって上の例で言えば、「楕円」という述語を適用する新規準を採用することは、その述語にわれわれが付与する意味を変えることなのだ、と。…そのテーゼに実体を与えるためには、われわれはそのテーゼをもって、たんに新しい規準を受け入れることと見なすのではなく、その新規準が旧規準によって与えられるのとは異なるその述語の外延を与える、という可能性のことなのだ、と見なさねばならない」⁷。

もちろん、ダメットはこのウィトゲンシュタインの見解に賛意を示しているわけではない。明かにこの見解は論理的推論の妥当性を説明する余地を一

切残さないような見解であって、有用性と妥当性を調停し、両者を何らかの形で確保しようというダメットからすれば、受け入れることができるような見解ではないからだ。とはいえ、新たな証明によって、概念形成や概念の改変、概念どうしの関係の再編が進行するというウィトゲンシュタインの見解は、ダメットのいう認知的前進の一部を少なくとも捉えてはいる⁸。そして、論理的推論が認知様態による制約を解放するという特質だけでは、認知的前進のこうした側面を捉えているとは言えないであろう。

したがって、論理的推論の有用性と妥当性を調停するという課題を遂行するにあたって改めて問われなければならないのは、そもそもダメットの言う有用性、特に「認知的前進」が何か、である。それを明らかにするために、まずはダメットがフレーゲの言う有用性をどのように理解していたかという点から見てみよう。

フレーゲ的有用性

ダメットは、フレーゲが与えている有用性の説明を不十分であると断じつつも、そうした説明を与えることの重要性をはっきりと認識していた点ではフレーゲを高く評価している。では、論理的推論の有用性についてフレーゲが与えた説明とはどのようなものであり、またそれが不十分であるのはいかなる点においてであるのか。

ダメットが注目するのは、複合文から単称名辞の一つないし複数の現れを取り除くことによって述語を引き出すというフレーゲ独特の手法である⁹。ダメットがこの手法に注目する理由は二つある。第一に、意味論の基礎としてのこの手法は、タルスキ的な開放文を用いた技巧的な装置とは異なり、「高度な重要性をもった知的操作についての言語的反省」と見なすことができるからであり、第二に、これが概念形成のもっとも実りある方法の一つでもあるからである。たしかに、フレーゲにおいては述語の意義は概念なのだから、この手法によって述語を引き出すことが、概念形成の方法であることに間違いはない。しかしそれが「もっとも実りある方法」であるのはなぜなのか。これをダメットは次のように説明している。まず、文から述語を引き出す作

業は、その文が他の一定の文と共有するパターンを認識することに依存するという点に注意しよう。なぜなら、「その述語の意義の把握は、その文によって表現される思想と他の思想との間に共通するパターンの把握を構成する」からである。そして、この共通パターンを把握するとき、われわれは新たな概念を獲得するのだと、ダメットは主張する。では、どうしてそのように把握される概念は新しいと言えるのか。それは、その概念が元の文によって表現される思想の構成要素ではなかったからである。そのパターンは知覚されるのを待ってそこにあるのだが、元の文の意義を把握するのにそのパターンを知覚する必要はない。その意味で、その概念構成は新たな概念の構成になっているというわけである。

このダメットの説明はわかりにくいから、彼が取り上げている例で考えてみよう。メインとなる文として(1)「あるハーバードの教授がハーバードの学長に指名された」をとろう。その上で、次の三つの文を考えてみよう。

(2) あるハーバードの教授がプリンストンの学長に指名された。

(3) あるスタンフォードの教授がハーバードの学長に指名された。

(4) あるコロンビアの教授がコロンビアの学長に指名された。

ダメットが言いたいのはこういうことである。他の文として(2)が考えられている場合には(1)と(2)の共通パターンとしてある述語が引き出される。また、他の文として(3)が考えられている場合にも、共通パターンとして別の述語が引き出される。同様に(4)との比較によってある述語が引き出されるが、この最後の述語は反射的な述語であって、前の二つの述語とは異なっている。もし与えられた推論の脈絡に応じて、例えば最後の反射的な述語を抽出する必要があるならば、われわれは新たな概念を形成したことになるであろう。というのも、その概念の形成は、(1)の文そのものの理解には必要とされていなかったからである。

推論を行うこと、特に量化文の形成をとまなう推論を行うとき、そうした

推論は単純に与えられた素材を受動的に適用することからなるわけではない、ということがここから見て取れるのではないだろうか。推論を行うことは、上述の意味で能動的な活動、パターンの把握と概念形成とを含む活動なのである。しかもそうした概念の形成は当の文単独での意味把握には必要とされないものであるとすれば、そのような概念形成は新たなものを生み出す活動だと言ってもよいように思われる。この意味でフレーゲの手法は、推論における認知的前進ないし知識の拡張を含むのだ、というのがダメットの解釈である。

とはいえ、このような新たな概念の獲得は、論理的推論を行う際の、いわば予備段階に属する作業であって、推論のステップを進めていく過程でなされる作業ではないのではないか。したがって、意味論を含む論理的理論の全体的な構築過程に知識の拡張が含まれるとは言えるにしても、推論そのものが知識の拡張をもたらすとは言えないのではないか。このような疑問に対して、ダメットは、こうした概念形成が必要とされるのは、複合文の構成のためという準備段階においてではなく、推論の妥当性を見てとるためであるという解答を与えている。つまり、結論の妥当性を示すために証明を構築していくプロセスにおいて、各段階での移行が妥当だということを認識するときに、上で述べたような意味でのパターンの把握と概念形成が行われるのであり、そのことが移行における認知的な拡張をもたらすというわけである。

ただし、そうは言っても、いま見てきたようなフレーゲの説明が推論における認知的前進の十全な説明であるとされているわけではない。たしかに、(ダメットの解釈によれば)フレーゲが気づいていたように、「証明を理解することは、その証明が正しいということを認識する能力以上のものを要求する」であろう。しかしながら、ダメット自身が指摘するように、それだけでは認知的拡張を説明するには十分ではない。というのも、この説明が当てはまるのは、量化形式をもつ文にかかわるような推論だけであって、推論一般にかかわるわけではないということがあるし、ダメットの考えでは、論理的推論の有用性を説明するような認知的拡張はもっとダイナミックな拡張でなくてはならないとされているからである。推論の有用性と妥当性をどう調停するかという問題を正面から受け止めた最初の人物であること、そして推論を構

成する文のうちに発見を待ってすでに潜んでいるパターンを抽出することによって有用性を見出そうという基本的に正しい路線をとったことをもって、ダメットはフレーグを高く評価する。しかし、それだけでは不十分なのである。では、そこに何が欠けているのかと言えば、それは高階のパターンだとダメットは指摘している。この指摘を手がかりにダメットの考える認識的拡張がどのようなものかをあらためて考えてみたい。

ダメットの有用性

証明のうちにしばしば見てとれるパターンは、フレーグが言うような文の構成に潜んでいるパターンではなく、パターンどうしを互いに関係づけるようなパターン——高階のパターン——だとダメットは主張している。これはいったい何を言わんとしているのだろうか。彼がよく取り上げるオイラーの証明(ケーニヒスベルクの橋)を例にして、この「高階のパターン」なるものがいかなるパターンなのかを考えてみよう。

ケーニヒスベルクの橋の問題に対するオイラーの証明を知っているならば、誰かがすべての橋を渡ったという情報から、ただちに誰かがどれかの橋を二度渡ったという結論を引き出すことができるであろう。この事態を便宜上、「誰かがすべての橋を渡ったならば、その人はどれかの橋を二度渡った」という形の条件文に書き換えておこう。ここでいったんオイラーの証明を忘れて、この条件文の前件と後件それぞれの真理を独立に考えてみる。この条件文の前件「誰かがすべての橋をわたった」の真理を認識するためには、直接観察するというレベルでは何らかのパターンを把握することが必要であろう。例えば、それは、すべての橋に番号を付け、ある人が一つの橋を渡るごとにその番号をチェックするといった形をとるかもしれない。最終的にすべての番号にチェックがつくならば、前件の真理が認識されたことになる。この場合、渡る橋の順序は別様であってもかまわないが、そこには同じチェックのパターンがあることになる。おそらくダメットがここで「パターン」と言っているのはこのようなことであろうと推察される。同様に後件の真理を認識するためにも何らかのパターンの把握が必要である。そして、これらのパターン

どうし——前件の真理を把握するためのパターンと後件の真理を把握するためのパターン——は、互いに独立したパターンであることに注意しておきたい。一方のパターンを把握したからといって、他方のパターンが把握されたことには必ずしもならない。その上で、ダメットは次のように主張する。

「オイラーの証明が説得力をもつのは、その証明によって一方のパターンを示すどの経路表示も他方のパターンを示す表示に変換される、その実際的な手段が示されるからである」¹⁰。

この話からわれわれが引き出すべき事柄はいくつかある。まず、「高階のパターン」の件から見ていこう。条件文の前件の真理を認識する手段(パターン)が与えられれば、それを後件の真理を認識するための手段へと変換するための手段をオイラーの証明は与えているのであって、その証明自体が、あるパターンを別のパターンへと変換するためのパターンを与えている。これがBHK解釈における条件法の意味論に対応するパターンであることに注意されたい。したがって、証明自体がパターンの変換を含む高次のパターンになっており、証明を理解することはそのような高階のパターンの把握をとまうのである。ダメットの先の指摘はこのことを語っている。

しかしながら、このオイラーの例から引き出すべきことはそれだけではない。この証明は、前件の真理が与えられると、そこから観察を行うことなしに後件の真理を引き出せることを保証するのであるから、その意味で、それは、ある言明を真として認識するための間接的な手段を提供している。後件自体の真理は観察による直接把握が可能である(例えば、渡るべき橋の数があまり多くないような場合)が、オイラーの証明は、そうした観察等の直接的な手段を超えて、後件の真理を認識するための間接的な手段を与えていると考えられる。(オイラーの証明によって「誰かがすべての橋を渡ったならば、その人はどれかの橋を二度渡った」という形の条件文が与えられ、それと「誰かがすべての橋を渡った」という前提の真理からモードゥス・ポネンスによって「その人はどれかの橋を二度渡った」が帰結する。)

第三に、いささか微妙なのだが、ある言明の真理とそれを真理として認識

することの間に、あるいは真理とそれを真理として認識することを可能にするものとの間にギャップ、ないし落差がなくてはならない。このギャップは、ダメットの議論構成にとって決定的に重要である。ただ、微妙と言ったのは、このギャップの存在が何から帰結することなのかははっきりしないからである。もう少し言えば、そうしたギャップや落差が認められるような意味のモデルを採用すべしとダメットは要請するのだが、その要請の根拠がはっきりしない。ギャップを認めるような意味のモデルを採用すべきなのは、意味理論が演繹的推論の有用性を説明すべきだからなのか、それともそれ以外の理由で(例えば上のオイラーの証明をめぐる議論から)ギャップの存在を導き出せるがゆえに、結果として演繹の有用性が説明できるようになるのか、彼の議論の構造がよくわからないのである。しかし、ここでは真理と真理の認識との間にギャップがあるということを、有用性を説明するための要請として一応立てておくことにしたい¹¹。

その上で、これらの点に注意を払えば、演繹の有用性と認識的前進をダメットがどのように考えていたのかが、おおよそ明らかになるであろう。そのためにまず、逆のケース、演繹が有用ではなく、認識的な前進が起こりえないケースを考えよう。それは、ある証明の前提が真であるということが、同時に結論の真理を含むようなケース、あるいは前提の真理の認識が、それ自体で結論の真理の認識になっているようなケースだとダメットは言う。したがって、演繹が有用であるためには、前提の真理を認識したからといって、それが必ずしも結論の真理を認識したことにならない、ということが言えなくてはならない。もちろん、その場合でも演繹の妥当性がきちんと説明できなければならないのは、言うまでもない。

この綱渡りのような状況を可能にしているのが、一般に真理を認識する手段として直接的な手段と間接的な手段との区別である。この区別は、冒頭で言及したカノニカルな証明とカノニカルでない証明の区別にも対応していることに注意されたい。ここにあるのは、直接的な証明は、それ自体が結論の真理性を構成しているという考え方だ。それは、連言の導入則そのものが、導かれる連言言明の真理を構成しているのであって、何か他の性質に訴えることによってそれを行っているのではない、ということである¹²。それに対

し、間接的証明は、その証明自体が結論の真理を直接構成しているわけではない。したがって、われわれが間接証明によってある結論に到達した場合、そこにおいて前提の真理の認識と結論の真理の認識との間にギャップがあってもかまわない。というのも、その場合には、その証明の正しさを認識するためには高階のパターンを把握しなくてはならないからである。そしてこの高階のパターンは、それをわれわれが把握し損ねることがあるという点で認識のギャップを保証すると同時に、それを把握した場合には、認識的前進がともなう認識内容を提供している。一方、直接的証明の方は、すでに述べたように、前提の真理性の認識と結論の真理性の認識との間にギャップを生み出すことはないのであって、そのことが(ノンカニノニカルな証明のカノニカルな証明への還元を通して)演繹的推論一般の妥当性を保証するのである¹³。

もう一つの意味連関

論理の有用性と妥当性を調停するためのダメットのアイデアはよくできている。例えば、すでに得られた定理の別証明を数学者が行うことの意義は何かという問いに対しても、ダメットの路線に沿うならば、異なる高階のパターンが得られるからだと答えることが可能になるであろう¹⁴。したがって、本稿の最初に提示した解釈、認知的特質に基づく解釈は、ダメット解釈としては一面的であることを免れない。しかしながら、ここでは最後にもう一度、知識の様態的解釈と数学的命題のもつ認知的特質の問題に戻ってみたい。なぜそこに戻るのかといえば、ダメットのアイデアがよくできたものであるにしても、「われわれがある証明を受け入れるとき、そのときわれわれは定理を述べる言明の意味を変えるのであり」という先に彼がウィトゲンシュタインに帰属させた有用性を見方を、ダメットの解釈は極端な見解として放棄してしまうからである。これがダメットにとって受け入れられない見解であることは明らかである。証明が進むにつれて、定理の意味が変わり、その定理に含まれる概念が変更されるならば、前もって固定された意味を仮定することはできなくなり、その結果、論理の妥当性を示すための基盤が失われてしまうからである。しかし、ウィトゲンシュタインの主張は、ある意味ではまっ

たく正しいのではないだろうか。様々な定理の証明を介して数学が進展する。このとき、元々の数学的概念の意義が変わるとするのは、歴史的にはごく普通のことであるように思われる。

もちろん、ここではウィトゲンシュタインの解釈をしたいわけではない、それについて提示したい内容をもっているわけでもない。しかし、ダメツ的な調停案とウィトゲンシュタイン的有用性のあからさまな相容れなさは、証明というものの認識について別の筋道があることを示唆しているように思われる。それをいくらか説明するためにも、ここでもう一度、様態的解釈の話題に戻ろう。

以前に述べたのは、論理的推論が様態的解釈で要求されるような認知的特質を保存するという保証はない、ということであった。その保証がないということを取って利用したのが、ミルのディレンマの解消にかんする最初の提案であった。これに対して私が注目したいのは、形式的公理論的手法に対する批判、数学の定理を公理論的な形式体系からの導出と見るような考え方に対する批判——ポアンカレ、ブラウワー、ある時期のワイル等——の多くは、様態的解釈の要求として説明することができる、という本来の論点である。つまり、彼らは、公理論的な形式体系での導出や論理主義のプログラムを批判するとき、そこで使われる論理的推論のうち、特定の規則を妥当ではないとして批判しているわけではない。彼らの批判から明らかに見て取れるのは、特定の論理的原理、例えば排中律への批判ではなく、論理的な手続き全般に対する批判である。では、それはいったいどのような批判であったのか。それは、論理学の規則が一定の認知的特質を保存しない、あるいは保存するという保証を与えないという批判なのだ、というのが先に述べた解釈であった。次は、ポアンカレからの引用である¹⁵。

「論理学は、これこれの道においては、われわれが障害に出会わないと確信していることを教えてくれる。だが、論理学は、望ましい目標へ導く道がどれなのかを教えてくれるわけではない」。

この引用を私は次のように読みたいと思う。すなわち、論理学はある結論

が与えられたとき、所与の前提からその結論へと至る道筋が正しいか否か、妥当であるか否かを教えてくれる。あるいは、フレーゲが行ったように、ある知識が与えられ、その知識の本性が何かを明らかにしたい場合、その結論から究極の前提へ至る(証明とは)逆の道筋をたどって、最終的にその知識が幾何学的原理のみに基づく知識なのか、論理的原理と定義にのみ基づく知識なのかを確定するというケースでもよい。いずれの場合も、論理学は結論の検証手段としてよい手段を提供している。しかし、証明をしたい結論、つまり引用における「望ましい目標」がどれであるのか、その本性を探りたい知識がどの知識であるのかを論理学自体が教えてくれるわけではない。

このように言うと、正当化と発見の脈絡の区別において発見の脈絡が重要であるとか、あるいは発見の心理学を問題にしたいのか、などと思われるかもしれない。だが、そうではないし、ポアンカレもそんなことを言いたいわけではない¹⁶。例えば、ある理論が与えられたとき、その理論からの論理的帰結を次々と枚挙するプログラムがあるとしよう。そうしたプログラムの存在は、その理論の強さを計るのに論理的には意味のあることかもしれないが、数学なら数学という特定のトピックスをもった分野にとってはあまり役に立たないであろうと思われる。というのも、それらの論理的帰結のすべてが数学的に意味のあるものだというわけではないからである。「数学的に意味のある」という言い回しはあまりにも曖昧だが、もしそのような言い回しが一つの認知的特質を表しているとすれば、論理的推論がそうした特質を保存しないということは明らかではないだろうか。なにしろ、そうした特質を保存しないこと、あるいはそうした特質を切り捨て、命題の内容的成分のみを操作対象にする、そしてそれによって話題特定のでない操作を可能にするところに論理学の真骨頂があるはずだからである。

もしこのような問題設定が意味をなすとすれば、ここでは、通常演繹的推論のプロセスで考えられているものとは異なる意味の連関がありうることが示唆されているのではないだろうか。ダメットは、あくまで演繹的導出の方向に沿って、つまり公理や前提からそれらの帰結の方向に沿って、言明の意味連関を考え、妥当性を説明しようと試みている。これは、妥当性の説明としては、採るべき正当な方向だ。しかし彼は同時に、同じ意味連関の方向に

沿って、有用性をも説明し、有用性と妥当性の調停を図ろうとしている。これに対して、論理学的手法に特権性を認めない人々は、これとは異なる方向での意味連関がありうることを、認知的特質という概念を介して示そうとしていたのではないか。もちろん、そのような解釈に見込みがあると言えるためには、認知的特質がどういう特質なのかをもっと立ち入って語る必要があるだろうし、ダメットの高階パターンとそうした特質がどう関連するかも述べる必要があるであろう。

いずれにしても、これらの問題に答えようとするれば、論理学の話題中立性の内部にとどまるわけにはいかないように思われる。数学における実際の研究のあり方は、公理的な演繹的手法によるだけではないし、かりに形式体系での演繹に話を限るとしても、証明のターゲットとすべきものは、何らかの形でその外部から与えられなければならないからである。したがって、論理的推論の認知的な有用性は、そうした活動の全般に目を向けなければならないのに、それをあえて論理学の内部に限定したことによって——意味連関の方向を公理や前提から定理の方向に限定したことによって——生み出されたのがミルのディレンマだというのは言い過ぎだろうか¹⁷。

註

- ¹ 論理的推論が認識的に有用であるということが、前提から結論への移行において何らかの認識的前進がもたらされることであると考えられているならば、前提にはなかったが、結論からは得られるような何らかの gain がなくてはならないはずだ、という考え方がここにはある。
- ² M. Dummett, "The Justification of Deduction", 1973.
- ³ この区別について詳しくは、M. Detlefsen, "Brouwerian Intuitionism", *Mind*, vol. 99, July 1990. を参照。
- ⁴ この「認知的特質」がどういうものであるか、あるいはどういうものであるべきか、特に数学においてどういうものと考えられるべきかは、以下で問題にしたいことの一つであり、現時点では確定的なことは言えない。
- ⁵ もちろんこれは、ブラウワーやポアンカレ、ワイルの主張をこのように理解できるという一つの解釈である。
- ⁶ 注意しておきたいのは、ミルのディレンマについての話が主としてダメットやセントホルムといった人たちによって行われてきた点である。いまの説明の中で、「直接的な意味付与」という言い方をしてきたが、この言い回しに実質的な意味を与えることができるのは、意味を証明によって与えるという証明論的な意味論を考えてい

る場合である。この点についてさらに「ダメットの有用性」の節を参照。

⁷ 邦訳『真理という謎』, pp. 284–285.

⁸ 「どちらの極端にも走らない見解をとれば、難問はむしろ、いかなるプロセスにせよ、それがこの二つの特性をともに同時に持つことはいかにして可能か、である。(同上, p. 286.)

⁹ もちろん以下の話は、ダメットの解釈としての「フレーグの有用性」である。M. Dummett: *The Logical Basis of Metaphysics*, Duckworth, 1991, pp. 195–199.

¹⁰ 邦訳, p. 297.

¹¹ あえて演繹の有用性の説明とは独立に、真理と真理の認識の間にギャップがあることの根拠を言えば、それは、直観主義的な意味のモデルを採用することの結果だとは言えるであろう。

¹² これは、証明論的意味論の核になる考え方である。

¹³ したがって、ダメットの議論は、単に論理の有用性を示すことに中心的な眼目があるわけではなく、一般的な要請として論理の有用性と妥当性とを調停することの必要性が認められるならば、それは上述のような条件を満たすような意味のモデルに基づく論理(おそらく直観主義論理かそれに近い何か)でなければならない、という構図をもっている。その議論の過程では、全体論を拒否し、分子論を採用しなければならない理由についても言及されているが、ここではそれはオミットした。

¹⁴ これが十分な答えであるかどうかはともかく。

¹⁵ ポアンカレ『科学と方法』, pp. 129–130. (英訳のページ)

¹⁶ Hamming の言明「もしピタゴラスの定理がユークリッドの公準から出てこないことが発見されたならば、それが真になるまで公準を変更する道をわれわれはとるのである」を考えてみてもらいたい。ピタゴラスの定理がどのように発見されたかがここで問題にされているわけではない。それはすでに特別な意義をもってそこにある。その意義が何であるかを解明しようとすることは、発見の問題とは別の問題だ。R. W. Hamming: *Mathematics on a distant planet*, *The American Mathematical Monthly*, 105, 1998, pp. 640–650.

¹⁷ ここで「異なる方向での意味連関」と言っているものには、実際には二つの別な意味連関がありうる。推測とか予想、あるいは単なる疑問文の形で提示されるターゲット、これから証明しようとしているターゲットをいかに見つけ出すか、これはあくまでも発見の脈絡に属する問いである(ただし、私は発見の文脈と正当化の文脈の区別をあからさまに認めているわけではない)。しかし、そのターゲットがまさに予想とか推測、あるいは問題として立てられ、証明に値するものとされるからには、何らかの理由があるはずである。これは、予想とか問題がもつ特質ではあるけれども、予想や問題そのものだけから孤立して理解されるものではない。数学の特定領域、場合によってはそれを越えた領域での様々な概念や定理との連関で理解されるべきもの(はずである(ヒルベルトの23の問題を考えてみよ)。その意味で、証明のターゲットがターゲットとされるときにもつ特質を一種の意味連関と言ってもよいであろう。これが第一の意味連関である。これは、ちょうどある出来事の原因とされるものの連鎖が延々とある場合、その中である特定の原因をその出来事の原因としてわれわれが理解するが、そのときにそこで働いているような意味連関あるいはパターンに似たものであるように思われる。これに対して、ある思いがけない結果が証明されたような場合、そのことによってすでに得られている他の結果や元来の定義等についてわれわれは概念の組み替えを行うであろう。この場合もちろんすで

に得られている結果が覆るわけではない。したがって、このような概念の組み替えや概念の再編成は、正当化の意味連関には手をつけない形で行われなくてはならない。その意味で、これもまたもう一つの意味連関と言ってよいように思われる。ウイトゲンシュタインの言っていることに近いのはこちらの方である。

(かねこ ひろし／専修大学)